情報処理 2 第 9 回

Mathematica 体験 (1)

桂田 祐史 (かつらだ まさし)

2006 年 6 月 21 日

ホームページは http://www.math.meiji.ac.jp/~mk/syori2-2006/

当初予定では、十進 BASIC で (内容的に) もう少し色々やりたかったのですが、回数が足りなくなってきたので、その次の話題である Mathematica (これも重要でぜひともやるべき) に移ります。

1 連絡事項

- 十進 BASIC について、この課題はこんなふうにやればよかったという話は少し後 (レポートが大体出そろってから) にします。
- 「インターネット講習会」ですが、アンケートによると未受講の人が 5 人ほど (少ない) で、どうしたものか思案中です。この授業の最終回に余裕があれば、とも考えています。

2 前回の後始末

授業中に折に触れてしゃべったが、まだ WWW 資料には載せていないものがありました。

2.1 MAT PLOT AREA

前々回途中で出て来ているにも関わらず、WWW 資料には載せていませんでした。機能説明そのものはオンライン・ヘルプを見て下さい。以下、使用例を掲げておきます (授業中に示したものと大体同じ)。

赤い三角形を描く

```
REM testmatplotarea.bas --- mat plot area の例
DIM x(3),y(3)
LET  x(1)=0
LET  y(1)=0
LET  x(2)=2
LET  y(2)=1
LET  x(3)=1
LET  y(3)=2
SET WINDOW -1,3,-1,3
DRAW grid
SET AREA COLOR "red"
MAT PLOT AREA: x,y
END
```

2.2 PAINT

Windows 版の十進 BASIC には、PAINT という命令があります。PAINT x,y とすると、点 (x,y) を含み、「囲まれている領域」を塗り潰します。塗る色は set area color で指定できます。

三角形を描いて赤で塗りつぶす

```
REM testpaint.bas --- paint の例 (Windows 版でのみ利用可能)
SET WINDOW -1,3,-1,3
DRAW grid
PLOT LINES: 0,0;2,1;1,2;0,0
SET AREA COLOR "red"
paint 1,1
END
```

残念ながら Linux 版十進 BASIC にはこの命令はありません。昔のパソコン BASIC では PAINT 命令は普通でしたが、むしろグラフィックス・ライブラリィでこの種の命令を持っている方が珍しいと思います[1]。

2.3 RGB による色の指定と金色

十進 BASIC で自由に色を配合するには、set color mode "NATIVE" として、いわゆる RGB 指定 (Red, Green, Blue の各色の強さを指定して、欲しい色を表す) をするのがよいでしょう。

[1]画面表示では、VRAM (video RAM) が使われていることが多く、VRAM は自由にアクセス (書くだけでなく読むこともできる) できるので、Windows にその命令が用意されている、ということでしょう。

... でも金色らしくキラキラ感を見せるのは難しいですね。

```
REM testrgb.bas --- RGB で色を作る
DIM x(3),y(3)
FOR i=1 TO 3
   LET  x(i)=COS(2*PI*i/3)
   LET  y(i)=SIN(2*PI*i/3)
NEXT i
SET WINDOW -1,1,-1,1
SET COLOR mode "NATIVE"
LET  R=225
LET  G=220
LET  B=0
SET AREA COLOR colorindex(r/255,g/255,b/255)
MAT PLOT AREA: x,y
PLOT TEXT ,AT 0,0.3, USING "### ### ###": r,g,b
ENd
```

色の話は、実は私もにわか勉強しましたが、結構難しいものですね (例えば「色の三原色」は物理学的事実というよりもむしろ生理学の領域であるということを知ったのは驚きでした)。

金色について、何か良いアイディアがあれば後からでも教えて下さい。

2.4 十進 BASIC の複素数演算機能

「複素数演算」のボタンを押すか、プログラムの先頭で option arithmetic complex と宣言すると複素数演算モードになります。この話をしようと思って少し用意したのですが、.... 今年度はギブアップします。

3 Mathematica を始めよう

3.1 イントロ

代表的な数式処理系である Mathematica (マセマティカ) を体験します。数式処理でどういうことが出来るのか大体の雰囲気をつかんで、今後の学習・研究の補助手段にしてもらいたい、というのがねらいです。

Mathematica に関する書籍や WWW 上の情報は豊富です。ここでは、最低限のことを書いたメモ

『Mathematica 入門』
http://www.math.meiji.ac.jp/~mk/syori2-2006/mathematica/

を用意してあります。

3.2 Mathematica ってこんなもの (まずは真似してみて下さい)

Mathematica は色々なコンピューター環境に用意されています。以下の例は、数学科の計算機である ramanujan にログインして、Mathematica を実行してみたものですが、情報処理教室の Windows XP マシンでも、以下のようにして使えます。

情報処理教室の Windows XP マシンでの Mathematica の利用法

1. スタート・ボタンをクリック
2. [すべてのプログラム (P)] → [Mathematica 4] を選択
3. UserID (ユーザ名) と Password (パスワード) を尋ねられたらきちんと答える。
4. タイトルバーに `Z!Stream XPStyle - Microsoft Internet Explorer` と書かれたウィンドウが現れる。[Start] → [プログラム] → [Mathematica 4] を選択。

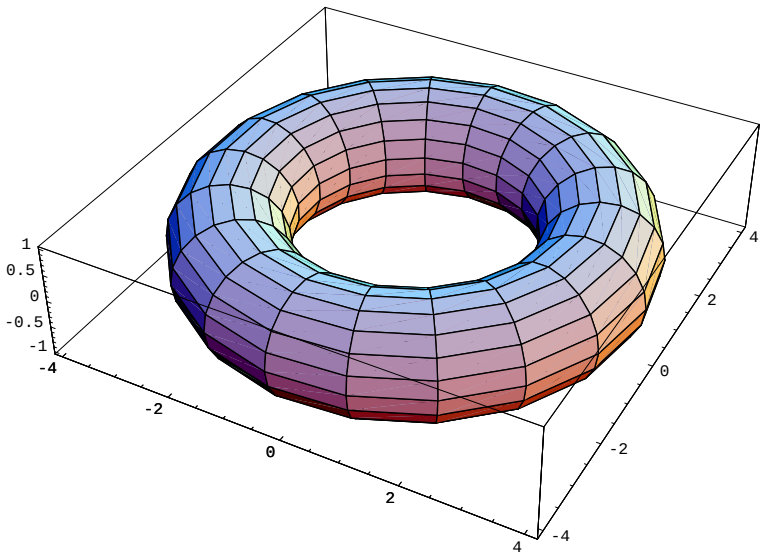
画面左側に現われる "Untitled-1" (日本語版では「名称未定義-1*」) というウィンドウに、キーボードからコマンドを入力して、最後に Shift+Enter を入力するのが基本である。(コマンドの入力に適宜、テンプレート・キーを用いると便利。)

ここでは、プログラムなどは書かずに、式を順次入力して計算結果を表示させています。

```
ramanujan% math
Mathematica 5.0 for Sun Solaris (UltraSPARC)
Copyright 1988-2003 Wolfram Research, Inc.
 -- Motif graphics initialized --

In[1]:= 1/2+1/3                        ← 分数計算

        5
Out[1]= -                              → ちょっと見難いですけどね
        6

In[2]:= a={{0,1},{6,1}}                ← 行列の入力

Out[2]= {{0, 1}, {6, 1}}

In[3]:= Eigenvalues[a]                 ← 行列の固有値の計算

Out[3]= {-2, 3}

In[4]:= Eigenvectors[a]                ← 行列の固有ベクトルの計算

Out[4]= {{-1, 2}, {1, 3}}

In[5]:= Expand[(x+y)^6]                ← 式の展開

         6      5         4  2       3  3       2  4        5    6
Out[5]= x  + 6 x  y + 15 x  y  + 20 x  y  + 15 x  y  + 6 x y  + y

In[6]:= N[Pi,50]                       ← 円周率 50 桁

Out[6]= 3.14159265358979323846264338327950288419716939937510

In[7]:= Integrate[Log[x],x]            ← 不定積分

Out[7]= -x + x Log[x]

In[8]:= Plot3D[x^2 - y^2, {x,-1,1}, {y,-1,1}]  ← グラフ

Out[8]= -Graphics-                     → ここで画面に図が表示されます

In[9]:= Solve[x^3+2x==1,x]             ← 3 次方程式を解かせてみる
```

結果は一見に価するけれど、紙を食うのでカットします。

```
In[10]:= ParametricPlot3D[{Cos[t](3+Cos[u]),Sin[t](3+Cos[u]),Sin[u]},
         {t,0,2Pi},{u,0,2Pi}]          ← トーラスを描かせる。

Out[10]:= -Graphics3D-

In[11]:= Quit                          ← 終了
ramanujan%
```



3.3 数式処理とは

プログラミング言語 (計算機言語) の中には、数値や文字だけでなく、

数式をデータとして扱うことの出来る「数式処理言語」

と呼ばれるものがあります。数式処理言語を使えるソフトウェアを数式処理系と呼びます。現在、一般向けの数式処理系としては **Mathematica**, **Maple**(メイプル) が双璧と言われています。

(その他に **MuPAD**(ミューパッド)[2], **REDUCE**(リデュース)[3], **Risa/Asir**[4], **Macsyma**[5], **MAXIMA**[6] などが有名。)

C や BASIC のようなプログラミング言語は、プログラムの中では「数式」を書けますが、`scanf()` や `INPUT`, `PRINT`, `printf()` 等で入出力可能なデータは、数や文字列だけで、例えば `-2/5` のような分数式の入力は出来ません。またグラフを描くプログラムを作る場合に、範囲や、分割数の指定等は実行時に入力出来ても、グラフを描こうとしている関数自体は (普通の方法では) 入力できず、プログラムの中に自分で埋め込むしかなかったわけです。そういう意味では C や BASIC は不自由な言語であると言えます[7]。

Mathematica は、グラフィックスやサウンドなども便利に扱えるようになっていて、ひょっとすると「数式処理」とだけ説明するのはもう間違いかもしれません。

---

[2]個人・非商用利用には無償で利用できるバージョンがあるようです。かなりの完成度なのでチェックしてみると良いかもしれません。

[3]筆者が学生の頃 (二十ん年前)、大型計算機で REDUCE を使って、計算するのがおしゃれだった。現在でも計算の種類によっては、一番よいかもしれない？

[4]Made in Japan の現役。グレブナー基底の計算など得意です。

[5]かつて MIT でしか使えなかった憧れの (歴史的) 処理系。古い本を読むと良く出て来ます。

[6]Macsyma の子孫。GPL (GNU GENERAL PUBLIC LICENSE) で配布されている (ゆえに、いわゆるフリーソフト)。メジャーになれるか ???

[7]もちろん不自由さを補って余りある大きな利点があるから、現在でも盛んに使われているわけです。例えば、実際の処理系の (反復の多い) 数値計算の速さで比べると C が圧勝します。原理的には一つのプログラミング言語があれば、どんな計算でも出来るはずなのですが、実際的な意味で万能のプログラミング言語と呼べるものは存在せず、適材適所を心がけることが重要です。みなさんも、あまり一つの言語、一つのシステムにこだわらずに、機会があったら色々なものを勉強してみましょう。

4　レポート課題 7

以下の問題を Mathematica を用いて (半分以上) 解いて、レポートせよ。表題 (Subject:) は「レポート課題 7」、締め切りは 6 月 27 日とする (??)。Mathematica に与えたコマンドと結果 (この二つはノートブックを添付すると良い)、その説明 (数式を書く必要があるが、例えば部分的に TEX を使って `$2^2\cdot 3^3\cdot 5$` とか、`$\dfrac\sqrt1+x1+x^3$` のように書いたりしてもよい。もちろん説明全体を TEX で書けばなお良い。) の 3 点が必要。

1. 661775625 を素因数分解せよ。
2. $2^{15}-1$ と $2^{20}-1$ の最大公約数を求めよ。
3. $(a+b)^5$ の展開公式を作れ。
4. 2 次方程式 $x^2+ax+b=0$ を解け。3 次方程式 $x^3+ax^2+bx+c=0$ を解け。
5. 次の関数を微分せよ。(1) $x^2\sqrt{x}+(x^3-x)\sqrt{x^2+x+1}$ (2) $\sqrt{\dfrac{1+x^2}{1-x^2}}$
6. (1) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{(x-2)^5}\,dx$ (2) $\displaystyle\int_0^\pi \frac{1}{2+\cos x}dx$

余裕があれば次の二つの問題を解いてみよう (これらは次回の課題にするつもり)。

次 1. $\displaystyle\sum_{k=1}^{3}\frac{1}{2^k}, \sum_{k=1}^{5}\frac{1}{2^k}, \sum_{k=1}^{10}\frac{1}{2^k}, \sum_{k=1}^{50}\frac{1}{2^k}$ を計算せよ。また、それらの値を正確に小数に直せ。

次 2. $\alpha>0$ に対して $\sqrt{\alpha}$ を求めるために Newton 法による漸化式

$$x_n=\alpha-\frac{x_{n-1}^2-\alpha}{2\alpha}=\frac{1}{2}\left(x_{n-1}+\frac{\alpha}{x_{n-1}}\right)\quad(n=2,3,\cdots)$$

が利用できるわけだが、これを用いて $\sqrt{3}$, $\sqrt{21}$ を計算せよ。また精度についても検討せよ。

ヒント: これら次回用の問題は、自分で関数を定義したり、リストを使ったり工夫をすると、とても簡単に計算できます (そこが眼目なのだけど、素朴にやっても手で計算するよりはずっと楽に正確に計算できるはずで、試してみるのは良いことです)。