2003 年度情報処理 II　第 13 回

数学のためのコンピューター (5)
Mathematica 体験 (2)

桂田 祐史 (かつらだ まさし)

2003 年 7 月 10 日

「情報処理 II トップページ」[1]

1　連絡事項

次回 (7 月 17 日) はやり残したこと (もしあれば)、レポート課題の解説、残っているレポートの質問受け付けなどをする予定。

今日も Mathematica を使いますが、出席者が多くて、情報科学センターの Mathematica のライセンス (40 個) が足りなくなった場合は、数学科のワークステーションにある Mathematica を使ってください。具体的な方法は

『数学科のワークステーションの Mathematica の利用法 』[2]

を見て下さい。

2　今日の内容

前回に引き続き

『Mathematica 入門』[3]

に沿って解説する。プログラミングがテーマ。

3　レポート課題 9

この課題は必修とはしません (残り時間があまりないので)。興味を持った人だけ提出してくれれば OK です。締め切りは 7 月 28 日 (月曜) とします。

[1] http://www.math.meiji.ac.jp/~mk/syori2/
[2] http://www.math.meiji.ac.jp/~mk/syori2/jouhousyori2-2003-11/node3.html
[3] http://www.math.meiji.ac.jp/~mk/syori2/mathematica/

高校での数学の計算問題、大学の微分積分や線形代数の計算問題を解かせてみる。どこまで解けるか、どういう問題が解けないか (ごくまれに結果がおかしいこともある — 最近は珍しくなってきたが)、色々試し、また解けないのはなぜか推測する。(問題によっては工夫が必要かもしれない。簡単に Mathematica では解けないと決めつけないで、原因を考えて調べてみること。色々考えた経過をレポートする。)

A　例えば多変数の微分法の学習に使ってみる

多変数の微分法でどう使えるか？

A.1　2 変数関数の描画

```
In[1] := Plot3D[x^2-y^2,{x,-1,1},{y,-1,1}]
In[2] := ContourPlot[x^2-y^2,{x,-1,1},{y,-1,1}]
In[3] := Needs["Graphics`ImplicitPlot`"]
In[4] := ImplicitPlot[x^2-y^2==0,{x,-1,1}]
```

A.2　極値問題

紙と鉛筆で計算するのが面倒、もしくは計算ミスをしていないか、自信がないという一つ問題を解いてみよう。

例題

$f(x,y) = (x^2 - y^2)e^{-(x^2+y^2)}$ について、以下の問に答えよ。
(1) $\nabla f(x,y)$ を求めよ。(2) f の Hesse 行列を求めよ。(3) f の極値を求めよ。

A.2.1　電卓的に使って

```
f=(x^2-y^2)Exp[-(x^2+y^2)]
fx=D[f,x]
fx=Simplify[%]
fy=Simplify[D[f,y]]
Solve[{fx==0,fy==0},{x,y}]
```

警告が出る。
Mathematica 4.0 では努力してゴミ（解でないもの）を出してしまう。
どうも `Exp[-(x^2+y^2)]` で苦労しているようなので、それを除いてやる。

```
s=Solve[{Exp[x^2+y^2]fx==0,Exp[x^2+y^2]fy==0},{x,y}]
```

こうすると、どのバージョンでも警告無しにちゃんと解ける。

```
Plot3D[f,{x,-2,2},{y,-2,2}]
```

グラフを消すには、(1) クリック, (2)File から Quit, (3) C-q のいずれか

```
ContourPlot[f,{x,-2,2},{y,-2,2}]
```

山と谷, 交わる 2 曲線

分かりますか？

```
fxx=D[fx,x]
fxx=Simplify[%]
fxy=Simplify[D[fx,y]]
fyx=Simplify[D[fy,x]]
fyy=Simplify[D[fy,y]]
```

ちなみにバージョンによって、見栄えが異なります。

```
h={{fxx,fxy},{fyx,fyy}}
s

h /. {x -> -1, y -> 0}
Eigenvalues[%]
```

ともに負（極大！）

```
Eigenvalues[h /. {x -> -1, y -> 0}]
f /. {x -> -1, y -> 0}
```

値は 1/E

```
Eigenvalues[h /. {x -> 0, y -> 0}]
```

不定符号

```
Eigenvalues[h /. {x -> 1, y -> 0}]
```

ともに負（極大！）

```
f /. {x -> 1, y -> 0}
```

値は 1/E

```
Eigenvalues[h /. {x -> 0, y -> -1}]
```

ともに正（極小！）

```
f /. {x -> 0, y -> -1}
```

値は -1/E

```
Eigenvalues[h /. {x -> 0, y -> 1}]
```

ともに正（極小！）

```
f /. {x -> 0, y -> 1}
```

値は -1/E

A.2.2 kyokuchi.m

ある程度まで自動化したプログラム kyokuchi.m[4] を掲げておきます。
まだまだ不完全ですが、「答えあわせのお供」くらいにはなります。

[4] http://www.math.meiji.ac.jp/~mk/syori2/mathematica/node58.html

kyokuchi.m の使用例 — 数学科ワークステーション oyabun での利用

```
oyabun% math
Mathematica 4.0 for Solaris
Copyright 1988-1999 Wolfram Research, Inc.
 -- Motif graphics initialized --

In[1]:= << /home/syori2/kyokuchi.m

In[2]:= f[x_,y_]:=x y(x^2+y^2-4)

In[3]:= s=kyokuchiten[f]

Out[3]= {{x -> -2, y -> 0}, {x -> -1, y -> -1}, {x -> -1, y -> 1},

>    {x -> 0, y -> 0}, {x -> 1, y -> -1}, {x -> 1, y -> 1}, {x -> 2, y -> 0},

>    {y -> -2, x -> 0}, {y -> 2, x -> 0}}

In[4]:= bunseki[s,f]
{x -> -2, y -> 0}, 極値でない
{x -> -1, y -> -1}, 極小 f(x,y)=-2
{x -> -1, y -> 1}, 極大 f(x,y)=2
{x -> 0, y -> 0}, 極値でない
{x -> 1, y -> -1}, 極大 f(x,y)=2
{x -> 1, y -> 1}, 極小 f(x,y)=-2
{x -> 2, y -> 0}, 極値でない
{y -> -2, x -> 0}, 極値でない
{y -> 2, x -> 0}, 極値でない

In[5]:=
```