情報処理 II 第 12 回

数学のためのコンピューター (3) Mathematica 入門 (2)

桂田(かつらだ) 祐史(まさし)

2001 年 7 月 12 日 (15 日改訂)

1 連絡事項

レポートの最終的な締め切りは 7 月 28 日 (土曜) とします。それ以降送られたものは成績評価の対象にはしません。

- Mathematica でグラフィックスが利用できない障害は解決しました (はずです)。利用手順も一部簡略化しました[1]。

情報科学センターのマシンから数学科の Mathematica を使う

```
(授業中はクジを見て hostname とコマンド名を確認する。
 授業中でなければ hostname = oyabun でよい。)
waltz21% xhost hostname                                   ← グラフィックス用オマジナイ
waltz21% rlogin hostname                                  ← hostname にリモート・ログイン
Last login:  Fri Jul  6 16:20:47 from waltz               → 情報科学センターからは
Sun Microsystems Inc.  SunOS 5.6 Generic August 1997        パスワードなしでログイン可
hostname% math  (または math1.2, math2.2, mathematica &)  ← Mathematica の起動
Mathematica 4.0 for Solaris                                 (コマンドはクジで決めたもの)
Copyright 1988-1999 Wolfram Research, Inc.
-- Motif graphics initialized --
In[1]:=
...
In[n]:= Quit                                              ← Mathematica 終了
hostname% logout                                          ← hostname からログアウト
waltz21%
```

- 万一、上のやり方でログインできなかった (パスワードを尋ねられた) 場合はゲスト・アカウント (ユーザー名 guest, パスワードはスクリーンで示す) でログインして下さい。

```
waltz21% rlogin hostname -l guest     (← l は L の小文字)
```

なお、ゲスト・アカウントは授業終了後は使えなくします。

[1] `setenv DISPLAY waltzxy:0.0` を自動的に実行するように設定しました。— 授業中はまだこうなっていませんでしたが、直しました。

- Mule の M-x shell コマンドが相変わらず動かないので[2](ごめんなさい)、情報科学センターで mule を起動して、そちらでコマンドをタイプしてからマウスでコピー & ペーストして入力することを勧めます。

- Mathematica の簡単な解説を用意しました。

```
waltz21% acroread ~re00018/mathematica.pdf &
```

  で読めます (印刷も出来ます — あまり勧めませんが)。

- 課題 6 をどうやるのか？という質問がありました。(注意: 全部説明しきっていないこともあるので、 7 月 28 日 (土曜) までに締め切りを延長します。) 6-1, 6-2, 6-3 までは授業で説明しましたが、 `http://www.isc.meiji.ac.jp/%7Ere00018/syori2-2001/kadai6/` に説明を書いておきます (ホームページからリンクが張ってあります)。

- 今日の課題は電子メイルで送るのではなく、数学科計算機室のワークステーション上にファイルとして置いてください。情報科学センターのマシンで作成した場合は、次のようにネットワーク経由でコピーすることになります (「ネットワーク入門 (2) 生田 LAN」を参照)。

```
(まず report7 というファイルを書く — 当り前だけど...)
waltz21% rcp report7 oyabun:          ← report7 を oyabun にコピー
waltz21% rlogin oyabun                ← oyabun にログインしてみる
waltz21% ls                           ← report7 があるか確認
waltz21% logout
```

2 数学科計算機室のアカウント

前回、 Mathematica を利用したりするために、数学科計算機室 (6701 号室) のワークステーション (oyabun, kashira, anesan, anego, aniki, kobun00, kobun01, kobun02, kobun07, kobun08, kobun09, fiddle) のアカウントを用意しましたが、このアカウントは卒業まで残します。

情報科学センターのワークステーションのアカウントからはパスワードなしでログインできるはずです。

```
waltz21% rlogin oyabun     (グラフィックスが使いたければ事前に xhost oyabun とする)
```

ログインできない場合は報告してください (桂田 `mkatmath.meiji.ac.jp` にメイルを書く)。

なお、パスワードを設定してありませんので、数学科計算機室に直接やって来てもログインできません。数学科計算機室で使いたい場合は、パスワードを取得して下さい。そのためには、事前にメイルで連絡を取って、計算機室に来てもらうことになります (金曜日の午後などが都合がつきやすいです)。

[2] Emacs 20 (`emacs-20.3` というコマンド名) を用意しました。こちらでは M-x shell が使えます。

3　課題 7

何か数学の問題を選んで、それを解くのに Mathematica を利用してみた結果についてレポートしなさい。締め切りは 7 月 28 日 (土曜)。

- 問題はコンピューターの前に座る前に複数選んでおくこと (うまく行かないこともあるので)。
- 誰でも 2, 3 分で解けるような、単純な計算問題のようなものは選ばないこと。
- うまく行かない場合もあるので、 Mathematica にやらせっぱなしにしないで、結果を分析すること。
- うまく行かない場合にその理由が推測出来るならば、それについて説明するのもレポートになります。
- 余裕があれば、うまく解けた例と、解けなかった例と二つ説明してください。

それから...

気が向いたら、この講義の感想を書いてください。授業の進め方についての感想はもちろん、こういうものを取り上げて欲しかった (あるいはその反対) など。

4　Mathematica で何か一つ問題を解いてみる

紙と鉛筆で計算するのが面倒、もしくは計算ミスをしていないか、自信がないという一つ問題を解いてみよう。解析概論から一題。

演習問題 32

$f(x,y)=(x^2-y^2)e^{-(x^2+y^2)}$ について、以下の問に答えよ。
(1) $\nabla f(x,y)$ を求めよ。 (2) f の Hesse 行列を求めよ。 (3) f の極値を求めよ。

```
f=(x^2-y^2)Exp[-(x^2+y^2)]
fx=D[f,x]
fx=Simplify[%]
fy=Simplify[D[f,y]]
Solve[{fx==0,fy==0},{x,y}]
警告が出る。
Mathematica 4.0 では努力してゴミ（解でないもの）を出してしまう。
どうも Exp[-(x^2+y^2)] で苦労しているようなので、それを除いてやる。

s=Solve[{Exp[x^2+y^2]fx==0,Exp[x^2+y^2]fy==0},{x,y}]

こうすると、どのバージョンでも警告無しにちゃんと解ける。

Plot3D[f,{x,-2,2},{y,-2,2}]
グラフを消すには、(1) クリック，(2)File から Quit，(3) C-q のいずれか

ContourPlot[f,{x,-2,2},{y,-2,2}]
```

山と谷，交わる２曲線
分かりますか？

```
fxx=D[fx,x]
fxx=Simplify[%]
fxy=Simplify[D[fx,y]]
fyx=Simplify[D[fy,x]]
fyy=Simplify[D[fy,y]]
```

ちなみにバージョンによって、見栄えが異なります。

```
h={{fxx,fxy},{fyx,fyy}}
s

h /. {x -> -1, y -> 0}
Eigenvalues[%]
```

ともに負（極大！）

```
Eigenvalues[h /. {x -> -1, y -> 0}]
f /. {x -> -1, y -> 0}
```

値は 1/E

```
Eigenvalues[h /. {x -> 0, y -> 0}]
```

不定符号

```
Eigenvalues[h /. {x -> 1, y -> 0}]
```

ともに負（極大！）

```
f /. {x -> 1, y -> 0}
```

値は 1/E

```
Eigenvalues[h /. {x -> 0, y -> -1}]
```

ともに正（極小！）

```
f /. {x -> 0, y -> -1}
```

値は -1/E

```
Eigenvalues[h /. {x -> 0, y -> 1}]
```

ともに正（極小！）

```
f /. {x -> 0, y -> 1}
```

値は -1/E

おまけ

演習問題 33

$f(x,y)=2x^3+xy^2+5x^2+y^2$ について、以下の問に答えよ。
(1) $\nabla f(x,y)$ を求めよ。 (2) f の Hesse 行列を求めよ。 (3) f の極値を求めよ。

練習問題

次の関数の極大と極小を求めよ。
(1) $x^2+xy-4x+y^2-2y$. (2) $x^2-8xy+18y^2+6x-28y$. (3) $(x-y^2)(x-2y^2)$.
(4) $xy(x^2+y^2-1)$. (5) $x^4+y^4+2x^2y^2$ (6) $xy+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}$. (7) x^3+y^3.

なお、課題 6-4 を、もし Mathematica を使って取り組むとどうするか、試しにプログラムを書いてみたので (http://www.isc.meiji.ac.jp/%7Ere00018/syori2-2001/kadai6/node5.html)、興味があれば見てみてください。

A　kyokuchi.m

授業までは人に使ってもらえる状態ではなかったプログラムが「まあまあ使える」状態になったので、以下に紹介します。

kyokuchi.m

```
(* 二変数関数 f の停留点を求める（よう努力する）*)
kyokuchiten[f_]:=
Module[
  {fx,fy},
  fx=Simplify[D[f[x,y],x]];
  fy=Simplify[D[f[x,y],y]];
  Solve[{fx==0,fy==0},{x,y}]
]

(* 二変数関数 f とその停留点のリスト s を分析し、極値の判定をする *)
bunseki[s_,f_]:=
Module[
  {ff,HesseXY,aSolution,restSolutions,valf,l1,l2},
  ff=f[x,y];
  HesseXY = {{D[ff,x,x],D[ff,x,y]},
             {D[ff,y,x],D[ff,y,y]}};
  restSolutions = s;
  While [(restSolutions != {}),
         aSolution = First[restSolutions];
         restSolutions = Rest[restSolutions];
         valf = ff /. aSolution;
         {l1,l2} = Eigenvalues[HesseXY /. aSolution];
         If [l1 > 0 && l2 > 0,
            Print[aSolution, ", 極小 f(x,y)=", valf]];
         If [l1 < 0 && l2 < 0,
            Print[aSolution, ", 極大 f(x,y)=", valf]];
         If [(l1 l2 < 0),
            Print[aSolution, ", 極値でない"]];
         If [(l1 l2 == 0),
            Print[aSolution, ", 極値であるかどうか分からない。"]];
      ]
]
```

まだまだ不完全ですが、「答えあわせのお供」くらいにはなります。

kyokuchi.m の使用例

```
oyabun% math
Mathematica 4.0 for Solaris
Copyright 1988-1999 Wolfram Research, Inc.
 -- Motif graphics initialized --

In[1]:= <<kyokuchi.m

In[2]:= f[x_,y_]:=x y(x^2+y^2-4)

In[3]:= s=kyokuchiten[f]

Out[3]= {{x -> -2, y -> 0}, {x -> -1, y -> -1}, {x -> -1, y -> 1},

>    {x -> 0, y -> 0}, {x -> 1, y -> -1}, {x -> 1, y -> 1}, {x -> 2, y -> 0},

>    {y -> -2, x -> 0}, {y -> 2, x -> 0}}

In[4]:= bunseki[s,f]
{x -> -2, y -> 0}, 極値でない
{x -> -1, y -> -1}, 極小 f(x,y)=-2
{x -> -1, y -> 1}, 極大 f(x,y)=2
{x -> 0, y -> 0}, 極値でない
{x -> 1, y -> -1}, 極大 f(x,y)=2
{x -> 1, y -> 1}, 極小 f(x,y)=-2
{x -> 2, y -> 0}, 極値でない
{y -> -2, x -> 0}, 極値でない
{y -> 2, x -> 0}, 極値でない

In[5]:=
```