

多変数の微分積分学Ⅰ 練習問題 No. 10 (2013年7月1日出題, 月 日提出)

\_\_年16組\_\_番 氏名\_\_\_\_\_

問10  $C^\infty$  級の2変数関数  $f(x, y)$  ( $(x, y) \in \mathbf{R}^2$ ) と、 $(a, b) \in \mathbf{R}^2$ ,  $(h, k) \in \mathbf{R}^2$  があるとき、

$$F(t) := f(a + th, b + tk) \quad (t \in \mathbf{R})$$

とおくとき、次の (1), (2) に答えよ<sup>1</sup>。 —— 合成関数の微分法で、Taylor の定理の準備

(1)  $F'(t)$ ,  $F''(t)$ , ... を (微分の階数の低い方からいくつか) 計算せよ。

(2)  $F^{(m)}(t)$  ( $m \in \mathbf{N}$ ) の公式を推測し、数学的帰納法で証明せよ。

---

<sup>1</sup>授業では、 $n$  変数関数  $f(x_1, \dots, x_n)$  について、 $F(t) := f(a_1 + th_1, a_2 + th_2, \dots, a_n + th_n)$  とおき、上と同様のことを行なう。