

\_\_年\_\_組\_\_番 氏名\_\_\_\_\_ (解答は裏面も使用可)

問10  $\mathbb{R}^2$  の部分集合  $D, E$  を次のように定める ( $\{ \}$  の中のカンマ, は  $\wedge$  と解釈する)。

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x > 0, 1 \leq x^2 - y^2 \leq 2, -\frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq \frac{x}{\sqrt{3}} \right\},$$
$$E = \left\{ (u, v) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq u \leq 2, -\frac{1}{\sqrt{3}} \leq v \leq \frac{1}{\sqrt{3}} \right\}.$$

また  $f(x, y) = (x^2 - y^2, y/x)$  とおく。

(1)  $D$  を図示せよ。 (2)  $(x, y) \in D$  のとき、 $f(x, y) \in E$  であることを示せ。

(3)  $f$  を  $D$  から  $E$  への写像  $f: D \rightarrow E$  とみなすとき、 $f$  は全単射であることを示せ。

**注:** もし (1) が解けなくても、(2) と (3) は解けます。(2) は簡単です (難しく考えすぎないように)。これを言っておかないと  $f: D \rightarrow E$  とみなせないのを入れておきました。(3) がメインの問題です。まずノーヒントで考えてみて下さい。7月23日(木曜) 19:00 にヒントを書き足します。(追記) 2ページ目を見て下さい。

(3) ヒント 逆関数を求めなさいと言われていないけれど、具体的に求めてしまいましょう。 $u = x^2 - y^2$ ,  $v = y/x$  を  $u, v$  について解く。そうすれば…