

__年__組__番 氏名_____ (解答は裏面も使用可, A4レポート用紙に書いても可)

問10 以下の線積分の値を求めよ。(1)については曲線 C の像 C^* の図を描け。

(1) $C: z = t + it^3$ ($t \in [0, 1]$) とするとき $I_1 = \int_C \operatorname{Im} z \, dz$

(2) $r > 0, c \in \mathbb{C}, n \in \mathbb{Z} \setminus \{-1\}$ のとき、次の線積分の値を求めよ。(a) $\int_{|z-c|=r} \frac{dz}{z-c}$ (b) $\int_{|z-c|=r} (z-c)^n \, dz$
(講義中に注意したように、 $|z-c|=r$ は $z = c + re^{i\theta}$ ($\theta \in [0, 2\pi]$) とみなすこと。)

(3) 次の各曲線 γ に対して、 $\int_{\gamma} \operatorname{Im} z \, dz$ の値を求めよ。(i) 0 から 1, そして 1 から $1+i$ に至る折れ線
(ii) 0 から i , そして i から $1+i$ に至る折れ線 (iii) 0 から $1+i$ に至る線分

(4) 4点 $0, 1, 1+i, i$ を頂点とする正方形の周を正の向きに一周する曲線を Γ とするとき、 $\int_{\Gamma} \operatorname{Re} z \, dz$,
 $\int_{\Gamma} (z^2 - 2iz + 3) \, dz$ の値を求めよ。