

\_\_年\_\_組\_\_番 氏名\_\_\_\_\_ (解答は裏面も使用可, A4レポート用紙に書いても可)

### 問 13

- (1) 次の関数の零点とその位数を求めよ。  $f(z) = \sin(z^2)$ ,  $g(z) = (\sin z)^{10}$ .  
(ヒント:  $c$  が  $f$  の  $k$  位の零点ならば、 $c$  は  $f^\ell$  の  $kl$  位の零点 — なぜでしょう?)
- (2)  $f(z) = \frac{4z^4 + 33z^3 + 96z^2 + 122z + 67}{z^3 + 7z^2 + 15z + 9}$  について、以下の問に答えよ ( $f(z)$  の部分分数分解の結果は、Mathematica で  `Apart[(4z^4+33z^3+96z^2+122z+67)/(z^3+7z^2+15z+9)]` として検算せよ)。
- (a)  $-3$  のまわりの  $f$  の Laurent 展開とその収束範囲 (どの円環領域で収束するか?)、主部を求めよ。
- (b)  $f$  の極を全て求め、その位数とその点における  $f$  の留数を答えよ (もちろん Laurent 展開を求めれば分かるが、部分分数分解の結果だけから分かるはず)。簡単で構わないので根拠を書くこと。
- (3)  $f(z) = \frac{z+4}{(z+1)(z+2)^3}$  とするとき、(Laurent 展開も部分分数分解もせずに)  $\text{Res}(f; -1)$ ,  $\text{Res}(f; -2)$ ,  $\text{Res}(f; -3)$  を求めよ。