

問10を解くための補足

桂田 祐史

2023年12月6日, 2024年1月3日

曲線を $z = \varphi(t)$ ($t \in [\alpha, \beta]$) の形で具体的に与える場合もあるが、問10はそうっていないのが多い。

- (2) では $|z - c| = r$ と書いてあるけれど、これは $z = c + re^{i\theta}$ ($\theta \in [0, 2\pi]$) と解釈する慣習だ、というのは講義で説明してある(はず)。
- (3), (4) では、言葉で説明してある。例えば (3-i) 「0から1, そして1から $1+i$ に至る折れ線 γ 」とか。これはそうなるようなものを自分で適当に作れば良い(どれを選んでも積分の値が同じになる、という定理があるから)。

$$\varphi(t) = \begin{cases} t & (t \in [0, 1]) \\ 1 + i(t - 1) & (t \in [1, 2]) \end{cases}$$

とか。あるいは次のようにしても良い。

γ_1 を $z = t$ ($t \in [0, 1]$), γ_2 を $z = 1 + it$ ($t \in [0, 1]$) として、 $\gamma := \gamma_1 + \gamma_2$ と定める。結局この γ は上と同じだけれど、

$$\int_{\gamma} f(z) dz = \int_{\gamma_1} f(z) dz + \int_{\gamma_2} f(z) dz$$

であるから、 $\int_{\gamma_1} f(z) dz$ と $\int_{\gamma_2} f(z) dz$ を計算すれば良い。その場合は計算が多少簡単になる。

特に (4) のような問題 (4つの辺の和になる) では、こうする方がかなり楽である。

…と授業中に言ったのだけれど、念のため(欠席する人もいるし)こちらにも書いた。でもスルーしている人が少なくない。