

# Oh-o! Meiji

## シラバス

年度	2023 年度		
授業科目名	総合数理学部 複素関数		
担当教員	桂田 祐史 准教授	単位数	2
開講日	秋学期/火曜日/3限	キャンパス	中野
科目ナンバー	(MS)MAT231J		
主催区分	MS: 総合数理学部・先端数理科学研究科	授業形態	1: 講義
学問分野(大区分)	MAT: 数学	授業言語	J: 日本語
レベル	2: 学部 発展的, 応用的な内容の科目		
学問分野(小区分)	3: 解析学基礎		

## シラバスの補足/Syllabus Supplement

### 授業の概要・到達目標

複素数を変数とする複素数値の関数を複素関数と呼ぶ。特に微分可能な複素関数（正則関数）を扱う複素関数論は、現代の数学にとって欠かすことの出来ない基礎の一つである。実数の世界では無関係に見えたことが、複素数の世界ではつながりを持つことが明らかになり、コーシーの積分定理を軸に統一的な理論が出来上がっている。

複素数の定義と簡単な性質に引き続き、複素平面を導入する。極限に引き続き連続性、微分可能性（正則性）を定義する。冪級数を用いて複素関数としての初等関数を導入し、基本的な性質を導く。線積分を定義し、複素関数論で最も重要なコーシーの積分定理、積分公式を導いた後、任意の正則関数がテイラー展開可能であるという重要かつ驚くべき定理、一致の定理を証明する。最後に留数とその簡単な応用を紹介する。上に述べたような複素関数論の初歩（留数定理まで）について理解を進め、基本的な計算を遂行し、応用する能力を養うことがこの講義の目標となる。

### 授業内容

- 第1回: 複素数, 複素平面, 2次方程式
- 第2回: 複素指数関数, 極形式,  $n$ 乗根
- 第3回: 複素関数の極限, 連続性, 複素関数の微分可能性（正則性）, コーシー・リーマンの微分方程式
- 第4回: コーシー・リーマンの微分方程式の応用, 調和関数, 等角性, 逆関数定理
- 第5回: 冪級数, 収束半径, 一様収束
- 第6回: 冪級数の項別微積分
- 第7回: 冪級数による初等関数（指数関数, 三角関数, 対数関数）の定義, 収束円周上での収束・発散, Abelの定理
- 第8回: 複素対数関数, 冪関数, 初等関数
- 第9回: 曲線に沿った積分（複素線積分）, コーシーの積分定理
- 第10回: 原始関数, 星型領域と単連結領域, 星型領域におけるコーシーの積分定理, 円盤におけるコーシーの積分公式
- 第11回: 正則関数の冪級数展開, 積分路の変形, 一般のコーシー積分公式
- 第12回: ローラン展開, 孤立特異点, 留数
- 第13回: 孤立特異点の分類, 留数定理
- 第14回: 留数定理の応用

### 履修上の注意

複素関数演習も合わせて履修すること。極限の議論が頻出するため、数学解析も履修しておくことが望ましい。

### 準備学習（予習・復習等）の内容

ノートとWWWで公開する講義資料を良く読んで復習すること。特に新しい用語・記号の定義は自分で書けるようになることが望ましい。また授業中のコンピューター実習で出来なかったことが残った場合は、完遂するよう努めること。いずれも不明な部分があれば次回授業で質問すること。

### 教科書

『複素関数入門』神保道夫（岩波書店）

### 参考書

講義ノート(PDF)はWWWで公開する。

『解析入門II』杉浦光夫（東京大学出版会）微積分の辞書の教科書だが関数論にも詳しい。

『複素関数論の要諦』堀川 穎二（日本評論社）講義とはやや違う角度からのていねいな解説。

『関数論入門 --- 複素変数の微分積分学』梶原壤二（森北出版）演習問題が豊富。

『なっとくする複素関数』小野寺嘉孝（講談社）理解のヒントに。

『留数解析 --- 留数による定積分と級数の計算』一松信（共立出版）小冊子だが留数計算について詳しく説明されている。

『関数とは何か』岡本久・長岡亮介（近代科学社）「複素関数論の歴史」が含まれている。

『複素解析』高橋礼司（東京大学出版会）やや程度の高い参考書。

#### 課題に対するフィードバックの方法

Oh-o! Meiji の機能を用いてコメントをフィードバックする。

#### 成績評価の方法

毎週出す宿題（20%）と期末試験（80%）による。期末試験では講義した全範囲から偏りなく出題する。点数から成績への換算は大学の基準に従う（合格は60%以上の得点を取ることが条件）。

#### その他

特に定めない。

